

*výsledek:*

TN01000024/08 – V008 LIBRARY OF CODES FOR  
PLASTICITY MODELS IMPLEMENTATION

*projekt:*

Národní Centrum Kompetence – Kybernetika a umělá inteligence  
TN01000024

*program:*

Národní Centra Kompetence I – TAČR

*období řešení:*

2019–2022

*dílčí projekt:*

Automatizace a optimalizace výrobních systémů  
TN01000024/08

Vilém Klepač, Slavomír Parma, Dušan Gabriel  
Ústav termomechaniky AV ČR, v. v. i.

15. prosince 2021

# 1 Materiálová knihovna

V rámci dlhého projektu „TN01000024/08 – Automatizace a optimalizace výrobních systémů“ byla vyvinuta softwarová knihovna fortranovských UMAT procedur „TN01000024/08–V008 Library of codes for plasticity models implementation“ pro modelování elastoplastického chování kovových materiálů vyráběných aditivními technologiemi, resp. 3D tiskem. Knihovna je určena pro simulaci chování 3D tištěných kovových vzorků s cílem optimalizace jejich mechanických vlastností s ohledem na parametry výrobního procesu a zkušebních postupů. Knihovna slouží jako uživatelské rozšíření komerčního MKP softwaru Abaqus-Standard, který je dlouhodobě využíván jak v ÚT AV ČR, v. v. i, tak i u širokého spektra českých i světových zástupců průmyslu.

Do výpočtového systému Abaqus [1] byly formou nových UMAT subrutin implementovány modely plasticity umožňující simulace nelineární odezvy 3D tištěných kovových materiálů. Zde se jedná konkrétně o model Alpha-C [2]. UMAT subrutiny jsou napsány v programovacím jazyce Fortran a ve spojení se softwarem Abaqus nevyžadují žádné další knihovny. UMAT subrutiny lze spustit v rámci grafického prostředí společně s úlohou. V rámci kalibračních procedur jsou nicméně subrutiny volány z terminálu příkazem `abaqus=input_file.inp user=ALPHA_C.f`. Vyhodnocení vypočtených napětí a posuvů je možné provést v grafickém prostředí softwaru Abaqus v modulu Visualisation.

## 1.1 Vytvoření úlohy

Pro vytvoření geometrického modelu existuje řada nástrojů. Tato zpráva, vzhledem k její orientaci na využití SW Abaqus, počítá s definicí úlohy v rámci grafického prostředí Abaqus CAE. Návodka bude rozdělena podle jednotlivých modulů definice úlohy.

- **Part** - definice geometrie úlohy. V rámci modulu existuje modelář, který na základě uživatelské skicy vytvoří objem reprezentující zkoumanou geometrii.
- **Property** - definice materiálového modelu. Tento modul má přímou vazbu na využití implementovaného Alpha-C modelu. Po stisknutí volby `Create material` se uživateli otevře průvodce definicí materiálového modelu. V tomto případě se z karty `Mechanical` zvolí `User defined`. Do vytvořené tabulky je třeba zapsat parametry v pořadí  $E, \nu, k_0, \kappa_1, \kappa_2, a_1, a_2, c$ . Význam těchto parametrů je popsán v [2]. Po vytvoření materiálu je dále třeba vytvořit materiálovou sekci - `Create Section` a tu přiřadit připravené geometrii - `Assign Section`.
- **Assembly** - umístění vytvořené geometrie do sestavy, na které je v modulu `Mesh` vytvořena MKP síť.
- **Step** - určení řešiče a nastavení jeho parametrů, zejména řízení inkrementace. Implementace modelu Alpha-C je určena pro úlohy počítané v rámci řešiče `Static, General`.
- **Load** - zavedení kinematických a silových okrajových podmínek.
- **Mesh** - vytvoření MKP sítě. UMAT procedura je připravena pro výpočty na 3D elementech s plnou integrací - `C3D20`.
- **Job** - vytvoření input souboru a případné spuštění simulace.

Výše uvedený seznam schematicky znázorňuje postup pro definici úlohy k použití UMAT subrutiny s modelem Alpha-C [2] v rámci prostředí Abaqus. Pro lepší orientaci v tomto softwaru je uživateli pro případ potřeby doporučen manuál softwaru [1]. Pro lepší parametrizaci definice úlohy existuje možnost využití `Command Line Interface (CLI)` umožňující spuštění skriptů obsahujících sekvence příkazů vedoucí k vytvoření požadované úlohy.

## 1.2 Zadání parametrů modelu

Zadání materiálových parametrů může být provedeno dvěma způsoby. V grafickém prostředí jsou materiálové konstanty v modulu `Property` zadány přes volbu `Create material`. V dialogovém okně v kartě `General` výběrem možnosti `User Material` otevře uživatel tabulku mechanických parametrů, které budou importovány do UMAT subrutiny. Druhou variantou je přímý zápis parametrů do vygenerovaného input souboru v sekci `*MATERIALS`.

```

* MATERIALS
*
*Material, name=Alpha-C
*Depvar
9,
*User Material, constants=11
YoungMod, Poisson, k0, kappa1, kappa2, a1, a2, c
**

```

## 2 Verifikace implementace modelu Alpha-C

Model Alpha-C byl do simulací MKP implementován prostřednictvím subrutiny napsané v jazyce Fortran 77. Algoritmus striktně rozděluje zatěžovací proces na elastickou a elasto-plastickou část. Elastické řešení je spočítáno MKP řešičem a vstupuje do subrutiny jako návrhové řešení tenzoru deformace -  $\boldsymbol{\varepsilon}^{trial}$ . Návrhový tenzor napětí je pak vypočten jako

$$\boldsymbol{\sigma}^{trial} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}^{trial}, \quad (1)$$

kde  $\mathbf{C}$  je tenzor tuhosti. Pokud tento napěťový stav splňuje podmínku plasticity  $f(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\sigma}) < 0$ , de  $f$  je vyjádřeno rovnicí 3, je procedura ukončena a  $\boldsymbol{\sigma}^{t+1} = \boldsymbol{\sigma}^{trial}$ . V případě  $f(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\sigma}) > 0$  je vypočtena plastická korekce a evoluce parametrů kinematického a distorzního zpevnění na základě modelu pospaného v sekci 2.1 a podrobně v [2].

### 2.1 Alpha-C model

Alpha-C model směrového deformačního zpevnění je definován v režimu malých deformací s možností dekompozice tenzoru totální deformace

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{tot} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl}, \quad (2)$$

kde  $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$  a  $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$  jsou tenzory elastické, resp. plastické deformace. Přírůstek napětí je pak

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}^{el}. \quad (3)$$

Uvažovaná plocha plasticity vychází z klasické von Misesovy plochy plasticity a je formulována

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \frac{3}{2} [1 - c(\mathbf{n}_r : \boldsymbol{\alpha})] (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) : (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}) - k^2, \quad (4)$$

kde  $c$  je distorzní parametr,  $\mathbf{s}$  je tenzor deviatoru napětí a  $k$  reprezentuje aktuální velikost elastické domény. Evoluce tohoto parametru je řízena vztahem

$$\dot{k} = \lambda \kappa_1 k (1 - \kappa_2 k). \quad (5)$$

$\boldsymbol{\alpha}$  představuje v rovnici 3 tenzor vnitřní proměnné backstresu, který popisuje kinematické zpevnění materiálu dané evoluční rovnicí

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = a_1 (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} - a_2 \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}\| \boldsymbol{\alpha}). \quad (6)$$

$\mathbf{n}_r$  představuje jednotkovou normálu plochy plasticity

$$\mathbf{n}_r = \frac{\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}}{\|\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}\|}. \quad (7)$$

V rámci implementace je uvažován asociovaný zákon tečení, kdy je přírůstek plastické deformace proporcionální vnější normále plochy plasticity

$$\dot{\varepsilon}^{\text{pl}} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (8)$$

kde  $\lambda$  je plastický multiplikátor.

Model obsahuje celkem 6 parametrů, jmenovitě  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $k_0$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  a  $c$ , které popisují plastické chování materiálu. Elastické chování je popsáno Hookeovým zákonem pro isotropní elasticitu, a zahrnuje proto dva parametry – Youngův modul  $E$  a Poissonův poměr  $\mu$ .

## 2.2 Analytická integrace modelu Alpha-C

Rešerše a výzkum provedený v [4] ukazuje, že model Alpha-C je možné pro případ proporcionálního monotónního zatěžování integrovat analyticky. To umožňuje využít analytické řešení pro ověření správnosti rutiny UMAT. Speciálně pro jednoosou tahovou zkoušku s předepsanou osovou složkou plastické deformace  $\varepsilon_{11}^{\text{pl}}$  je

$$\alpha_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{a_2} \left[ 1 - \left( 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} a_2 \alpha_{11,0} \right) \cdot \exp \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} a_1 a_2 \left( \varepsilon_{11}^{\text{pl}} - \varepsilon_{11,0}^{\text{pl}} \right) \right) \right] \quad (9)$$

$$k = \frac{1}{\kappa_2} [1 - (1 - \kappa_2 k_0) \cdot \exp \xi], \quad (10)$$

kde

$$\xi = -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\kappa_1 \kappa_2}{a_1 \sqrt{a_2 (a_2 - c)}} \left( \tanh^{-1} (1/p) - \tanh^{-1} (1/p_0) \right),$$

$$p \left( \varepsilon_{11}^{\text{pl}} \right) = \sqrt{1 + \frac{c}{a_2 - c} \left( 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} a_2 \alpha_{11,0} \right) \exp \left( -\sqrt{\frac{3}{2}} a_1 a_2 \left( \varepsilon_{11}^{\text{pl}} - \varepsilon_{11,0}^{\text{pl}} \right) \right)},$$

$$p_0 = p \left( \varepsilon_{11,0}^{\text{pl}} \right) = \sqrt{1 + \frac{c}{a_2 - c} \left( 1 - \sqrt{\frac{3}{2}} a_2 \alpha_{11,0} \right)},$$

s počátečními podmínkami

$$\alpha_{11,0} = \alpha_{11} \left( \varepsilon_{11,0}^{\text{pl}} \right), \quad (11)$$

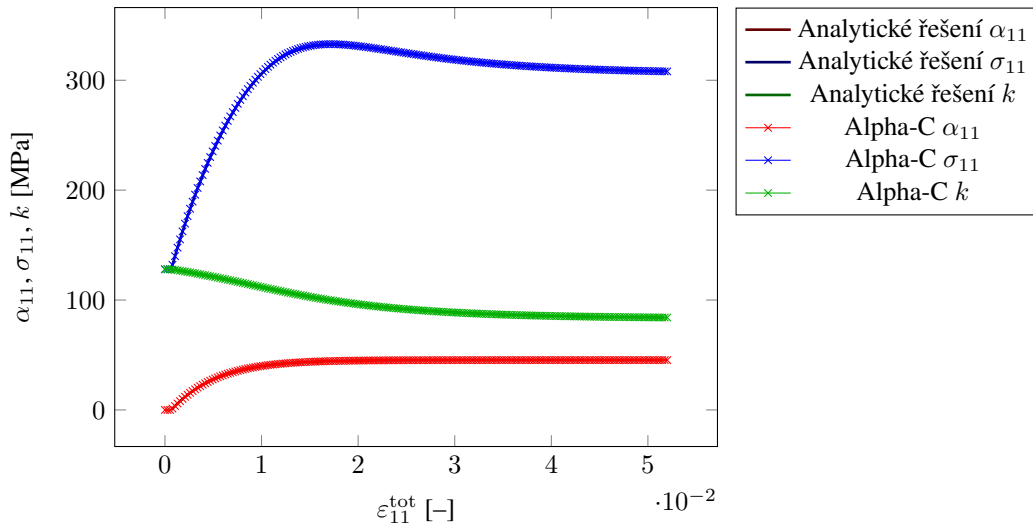
$$k_0 = k \left( \varepsilon_{11,0}^{\text{pl}} \right). \quad (12)$$

Odezva napětí deformace je pak vyjádřena

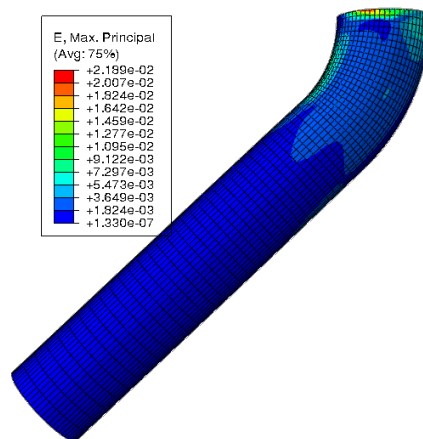
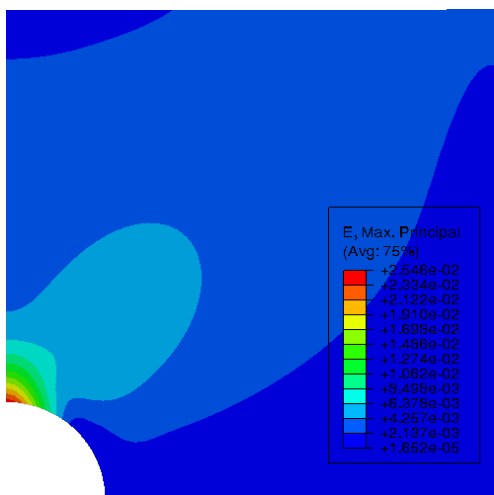
$$\sigma_{11} = \frac{k}{\sqrt{1 - \sqrt{\frac{3}{2}} c \alpha_{11}}} + \frac{3}{2} \alpha_{11}. \quad (13)$$

## 2.3 Verifikace Alpha-C modelu

Verifikace implementace modelu Alpha-C byla provedena porovnáním analytického řešení a simulace MKP pro případ monotónního jednoosého zatěžování. Pro ověření funkčnosti subrutin na rozsáhlejších 3D sítích byly provedeny simulace na geometriích desky s dírou a deformovaného dutého kolene s vnitřním přetlakem.



Obrázek 1: Verifikace modelu Alpha-C porovnáním s analytickým řešením. Verifikace je provedena na síti o jediném elementu a výsledek ukazuje plnou shodu MKP řešení s analytickým řešením.



Obrázek 2: Příklad problému řešeného na konečně-prvkové síti s řádově  $10^4$  DOF. Alpha-C model směrového deformačního zpevnění umožňuje popsat plasticitu anisotropii materiálu.

Obrázek 3: Problém elasto-plastické deformace potrubního kolene vlivem přetížení (Beyond-Design-Basis Event). Alpha-C model v tomto případě zpřesňuje predikci víceosého ratchetingu.

### 3 Závěr

V této zprávě je popsána základní technická dokumentace knihovny „TN0100024/08–V008 – Library of codes for plasticity models implementation“ obsahující fortranovské UMAT procedury pro modelování elastoplastického chování 3D tištěných kovových materiálů. Knihovna je součástí MKP procedur dlouhodobě vyvíjených a udržovaných v ÚT AV ČR, v. v. i a je registrována pod inventárním číslem INV21-062.

Po samotné implementaci materiálových modelů do systému Abaqus byla následně provedena základní verifikace srovnáním s analytickými vztahy pro případ jednoduchých stavů napjatosti a srovnáním se vztahy pro limitní stavy zatěžování. Vývoj knihovny byl zakončen verifikací kódu na typizovaných úlohách. U všech implementovaných materiálových modelů byla potvrzena jejich funkčnost.

Knihovna pokročilých materiálových modelů umožní zpřesnění predikce stávajících simulačních nástrojů na bázi metody konečných prvků pro modelování elastoplastické odezvy 3D tištěných kovových materiálů a tím i přispěje většímu rozšíření těchto materiálů do průmyslové praxe.

### Reference

- [1] Smith, M., ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.9, Dassault Systèmes Simulia Corp, 2009.
- [2] Feigenbaum, H. P., Dafalias, Y. F. (2008) Simple model for directional distortional hardening in metal plasticity within thermodynamics, *Journal of Engineering Mechanics*, **134**(9), pp 730–738.
- [3] Marek, R., Plešek, J., Hrubý, Z., Parma, S., Feigenbaum, H. P., Dafalias, Y.F. (2015) Numerical implementation of a model with directional distortional hardening *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, **141**(12), pp 04015048-1–04015048-10.
- [4] Parma, S., Plešek, J., Marek, R., Hrubý, Z., Feigenbaum, H. P., Dafalias, Y.F (2018) Calibration of a Simple Directional Distortional Hardening Model for Metal Plasticity *International Journal of Solids and Structures*, **143**, pp 114–124.